

Existência de órbitas periódicas para fluxo de Reeb - Parte II

André Vanderlinde da Silva

Seminário de Matemática e Educação Matemática
UFSC - Blumenau

19 de maio de 2016

Preliminares

Variedades quase-complexas

Superfícies pseudo-holomorfas

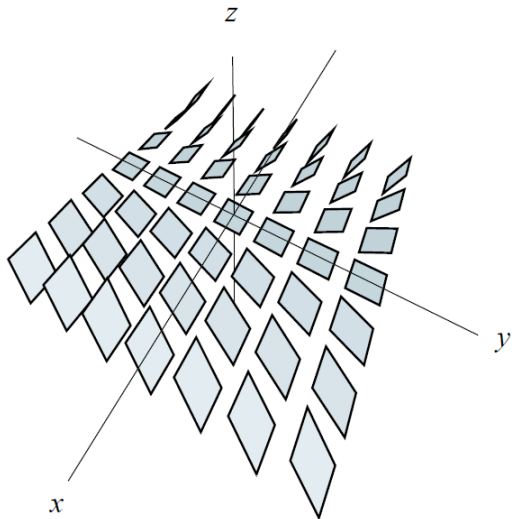
Aplicação

Invariantes

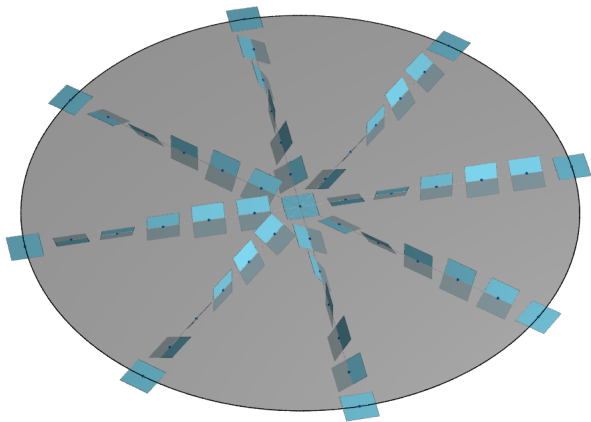
Existência implicada de órbita periódica

1. Seja $(M := M^3, \alpha)$ uma 3-variedade de contato
2. $\alpha \wedge d\alpha \neq 0$
3. Campo de Reeb X_α , isto é,

$$\begin{cases} d\alpha_p(X_\alpha, v) = 0, \forall p \in M \text{ e } v \in T_pM \\ \alpha(X_\alpha) = 1 \end{cases}$$

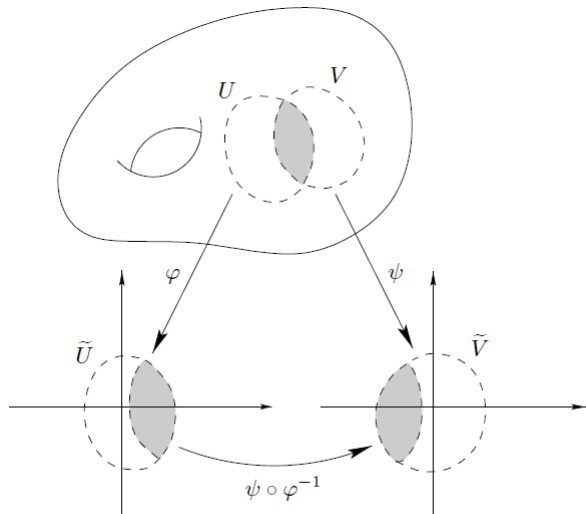


Estrutura de contato padrão dada pelo núcleo de $\alpha = dz + xdy$



Estrutura de contato dada pelo núcleo de $\alpha = \cos rdz + r \sin rd\theta$

Variedade diferenciáveis, quase-complexas, complexas



Definição:

w é holomorfa em $\Omega \subset \mathbb{C}$

\Leftrightarrow

$$w'(z) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{w(z+h) - w(z)}{h} \text{ existe, } \forall z := s + it \in \Omega$$

Teorema:

$$w := (u, v) \text{ é holomorfa em } \Omega \Rightarrow \begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} \text{ sobre } \Omega$$

Definição:

w é holomorfa em $\Omega \subset \mathbb{C}$

\Leftrightarrow

$$w'(z) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{w(z+h) - w(z)}{h} \text{ existe, } \forall z := s + it \in \Omega$$

Teorema:

$$w := (u, v) \text{ é holomorfa em } \Omega \Rightarrow \begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} \text{ sobre } \Omega$$

Definição:

w é holomorfa em $\Omega \subset \mathbb{C}$

\Leftrightarrow

$$w'(z) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{w(z+h) - w(z)}{h} \text{ existe, } \forall z := s + it \in \Omega$$

Teorema:

$$w := (u, v) \text{ é holomorfa em } \Omega \Rightarrow \begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} \text{ sobre } \Omega$$

Teorema:

$$\begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} \quad \text{sobre } \Omega$$

+

$$u, v \in \mathcal{C}^1(\Omega, \mathbb{R})$$

$\Rightarrow w := (u, v)$ é holomorfa em Ω

Teorema:

$$\begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} \quad \text{sobre } \Omega$$

+

$$u, v \in \mathcal{C}^1(\Omega, \mathbb{R})$$

$\Rightarrow w := (u, v)$ é holomorfa em Ω

Teorema:

$$\begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} \quad \text{sobre } \Omega$$

+

$$u, v \in \mathcal{C}^1(\Omega, \mathbb{R})$$

$\Rightarrow w := (u, v)$ é holomorfa em Ω

Teorema:

$$\begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} \quad \text{sobre } \Omega$$

+

$$u, v \in \mathcal{C}^1(\Omega, \mathbb{R})$$

$\Rightarrow w := (u, v)$ é holomorfa em Ω

$$\begin{aligned} \begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} &\Rightarrow \begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_t v \\ -\partial_t u \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} \\ &= -J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} \end{aligned}$$

em que $J_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Logo, $\begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} + J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} = 0$, isto é,

$$\partial_s w + J_0 \partial_t w = 0$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} &\Rightarrow \begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_t v \\ -\partial_t u \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} \\ &= -J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} \end{aligned}$$

em que $J_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Logo, $\begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} + J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} = 0$, isto é,

$$\partial_s w + J_0 \partial_t w = 0$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} &\Rightarrow \begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_t v \\ -\partial_t u \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} \\ &= -J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} \end{aligned}$$

em que $J_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Logo, $\begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} + J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} = 0$, isto é,

$$\partial_s w + J_0 \partial_t w = 0$$

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} &\Rightarrow \begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_t v \\ -\partial_t u \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} \\
 &= -J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

em que $J_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Logo, $\begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} + J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} = 0$, isto é,

$$\partial_s w + J_0 \partial_t w = 0$$

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} &\Rightarrow \begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_t v \\ -\partial_t u \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} \\
 &= -J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

em que $J_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Logo, $\begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} + J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} = 0$, isto é,

$$\partial_s w + J_0 \partial_t w = 0$$

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} \partial_s u = \partial_t v \\ \partial_s v = -\partial_t u \end{cases} &\Rightarrow \begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_t v \\ -\partial_t u \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} \\
 &= -J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

em que $J_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Logo, $\begin{bmatrix} \partial_s u \\ \partial_s v \end{bmatrix} + J_0 \begin{bmatrix} \partial_t u \\ \partial_t v \end{bmatrix} = 0$, isto é,

$$\partial_s w + J_0 \partial_t w = 0$$

Note que

$$J_0^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -\text{id}$$

Dizemos que $J : M \rightarrow \text{End}(TM)$ é uma estrutura complexa quando

$$J_p^2 = -\text{id}, \quad \forall p \in M$$

Exemplo:

Considere $\mathbb{S}^2 = \{u \in \mathbb{R}^3 : \|u\| = 1\}$. Para todo $v \in T_u\mathbb{S}^2$, defina:

$$J_u(v) = u \times v$$

Note que

$$J_0^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -\text{id}$$

Dizemos que $J : M \rightarrow \text{End}(TM)$ é uma estrutura complexa quando

$$J_p^2 = -\text{id}, \quad \forall p \in M$$

Exemplo:

Considere $\mathbb{S}^2 = \{u \in \mathbb{R}^3 : \|u\| = 1\}$. Para todo $v \in T_u\mathbb{S}^2$, defina:

$$J_u(v) = u \times v$$

Note que

$$J_0^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -\text{id}$$

Dizemos que $J : M \rightarrow \text{End}(TM)$ é uma estrutura complexa quando

$$J_p^2 = -\text{id}, \quad \forall p \in M$$

Exemplo:

Considere $\mathbb{S}^2 = \{u \in \mathbb{R}^3 : \|u\| = 1\}$. Para todo $v \in T_u\mathbb{S}^2$, defina:

$$J_u(v) = u \times v$$

Note que

$$J_0^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -\text{id}$$

Dizemos que $J : M \rightarrow \text{End}(TM)$ é uma estrutura complexa quando

$$J_p^2 = -\text{id}, \quad \forall p \in M$$

Exemplo:

Considere $\mathbb{S}^2 = \{u \in \mathbb{R}^3 : \|u\| = 1\}$. Para todo $v \in T_u\mathbb{S}^2$, defina:

$$J_u(v) = u \times v$$

Superfícies pseudo-holomorfas

Definição:

$\tilde{u} := (a, u) : \Sigma \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R} \times M$ é pseudo-holomorfa quando

$$\partial_s \tilde{u} + J \partial_t \tilde{u} = 0,$$

em que J é uma estrutura complexa em $\mathbb{R} \times M$.

Observação:

Estamos interessados em \tilde{u} com “energia finita”.

Superfícies pseudo-holomorfas

Definição:

$\tilde{u} := (a, u) : \Sigma \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R} \times M$ é pseudo-holomorfa quando

$$\partial_s \tilde{u} + J \partial_t \tilde{u} = 0,$$

em que J é uma estrutura complexa em $\mathbb{R} \times M$.

Observação:

Estamos interessados em \tilde{u} com “**energia finita**”.

Exemplo:

Seja $P = (x, t)$ uma órbita periódica. A aplicação

$$\begin{aligned}\tilde{u} : \mathbb{R} \times S^1 &\rightarrow \mathbb{R} \times M \\ e^{2\pi(s+it)} &\mapsto (Ts, x(Tt))\end{aligned}$$

é uma superfície pseudo-holomorfa para uma J adequada.

$$(i) \quad \lim_{s \rightarrow +\infty} \pi_1 \tilde{u} = \lim_{s \rightarrow +\infty} Ts = \infty$$

$$(ii) \quad \lim_{s \rightarrow -\infty} \pi_1 \tilde{u} = \lim_{s \rightarrow -\infty} Ts = -\infty$$

Exemplo:

Seja $P = (x, t)$ uma órbita periódica. A aplicação

$$\begin{aligned}\tilde{u} : \mathbb{R} \times S^1 &\rightarrow \mathbb{R} \times M \\ e^{2\pi(s+it)} &\mapsto (Ts, x(Tt))\end{aligned}$$

é uma superfície pseudo-holomorfa para uma J adequada.

$$(i) \quad \lim_{s \rightarrow +\infty} \pi_1 \tilde{u} = \lim_{s \rightarrow +\infty} Ts = \infty$$

$$(ii) \quad \lim_{s \rightarrow -\infty} \pi_1 \tilde{u} = \lim_{s \rightarrow -\infty} Ts = -\infty$$

Exemplo:

Seja $P = (x, t)$ uma órbita periódica. A aplicação

$$\begin{aligned}\tilde{u} : \mathbb{R} \times S^1 &\rightarrow \mathbb{R} \times M \\ e^{2\pi(s+it)} &\mapsto (Ts, x(Tt))\end{aligned}$$

é uma superfície pseudo-holomorfa para uma J adequada.

$$(i) \quad \lim_{s \rightarrow +\infty} \pi_1 \tilde{u} = \lim_{s \rightarrow +\infty} Ts = \infty$$

$$(ii) \quad \lim_{s \rightarrow -\infty} \pi_1 \tilde{u} = \lim_{s \rightarrow -\infty} Ts = -\infty$$

Definição:

Seja $\tilde{u} := (a, u) : \Sigma \rightarrow \mathbb{R} \times M$ uma superfície pseudo-holomorfa.

Furo positivo:

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \pi_1 \tilde{u} = \lim_{z \rightarrow z_0} a(z) = \infty$$

Furo negativo:

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \pi_1 \tilde{u} = \lim_{z \rightarrow z_0} a(z) = -\infty$$

Definição:

Seja $\tilde{u} := (a, u) : \Sigma \rightarrow \mathbb{R} \times M$ uma superfície pseudo-holomorfa.

Furo positivo:

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \pi_1 \tilde{u} = \lim_{z \rightarrow z_0} a(z) = \infty$$

Furo negativo:

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \pi_1 \tilde{u} = \lim_{z \rightarrow z_0} a(z) = -\infty$$

Teorema (Hofer, 93)

*Superfícies pseudo-holomorfas furadas "procuram"
por órbitas periódicas de Reeb.*

Em outras palavras, se

$$\lim_{z \rightarrow z_0} a(z) = \pm\infty$$

então

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \pi_2 \tilde{u} = \lim_{z \rightarrow z_0} u(z) = x(\mathbb{R})$$

para alguma $P = (x, T)$ órbita periódica de Reeb.

Teorema (Hofer, 93)

*Superfícies pseudo-holomorfas furadas "procuram"
por órbitas periódicas de Reeb.*

Em outras palavras, se

$$\lim_{z \rightarrow z_0} a(z) = \pm\infty$$

então

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \pi_2 \tilde{u} = \lim_{z \rightarrow z_0} u(z) = x(\mathbb{R})$$

para alguma $P = (x, T)$ órbita periódica de Reeb.

Aplicação

$H : \mathbb{R}^4 \xrightarrow{C^\infty} \mathbb{R} \Rightarrow S = H^{-1}(t)$ é variedade de contato.

▶ $X_H(S) \in TS$

▶ \Rightarrow existem ou duas ou infinitas órbitas periódicas

Aplicação

$H : \mathbb{R}^4 \xrightarrow{C^\infty} \mathbb{R} \Rightarrow S = H^{-1}(t)$ é variedade de contato.

▶ $X_H(S) \in TS$

▶ \Rightarrow existem ou duas ou infinitas órbitas periódicas

Aplicação

$H : \mathbb{R}^4 \xrightarrow{C^\infty} \mathbb{R} \Rightarrow S = H^{-1}(t)$ é variedade de contato.

- ▶ $X_H(S) \in TS$
- ▶ \Rightarrow existem ou duas ou infinitas órbitas periódicas

Invariantes: número de auto-enlaçamento

- ▶ K : nó trivial transversal à $\xi = \ker \lambda$
- ▶ $\eta : D \rightarrow M$ um disco para K
- ▶ Z : uma seção não-nula de $\eta^*\xi = \xi|_{\eta(D)}$
- ▶ K_ϵ perturbação de K induzida por Z

Invariantes: número de auto-enlaçamento

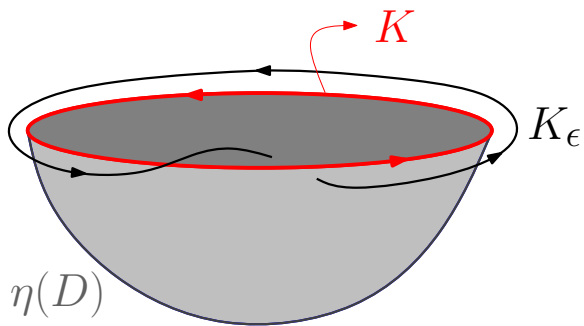
- ▶ K : nó trivial transversal à $\xi = \ker \lambda$
- ▶ $\eta : D \rightarrow M$ um disco para K
- ▶ Z : uma seção não-nula de $\eta^*\xi = \xi|_{\eta(D)}$
- ▶ K_ϵ perturbação de K induzida por Z

Invariantes: número de auto-enlaçamento

- ▶ K : nó trivial transversal à $\xi = \ker \lambda$
- ▶ $\eta : D \rightarrow M$ um disco para K
- ▶ Z : uma seção não-nula de $\eta^*\xi = \xi|_{\eta(D)}$
- ▶ K_ϵ perturbação de K induzida por Z

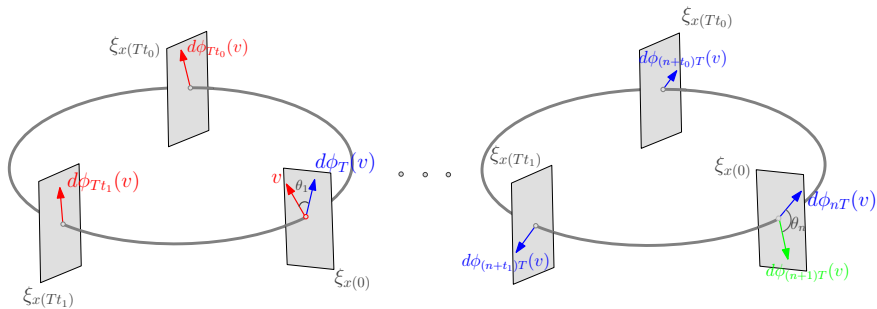
Invariantes: número de auto-enlaçamento

- ▶ K : nó trivial transversal à $\xi = \ker \lambda$
- ▶ $\eta : D \rightarrow M$ um disco para K
- ▶ Z : uma seção não-nula de $\eta^*\xi = \xi|_{\eta(D)}$
- ▶ K_ϵ perturbação de K induzida por Z



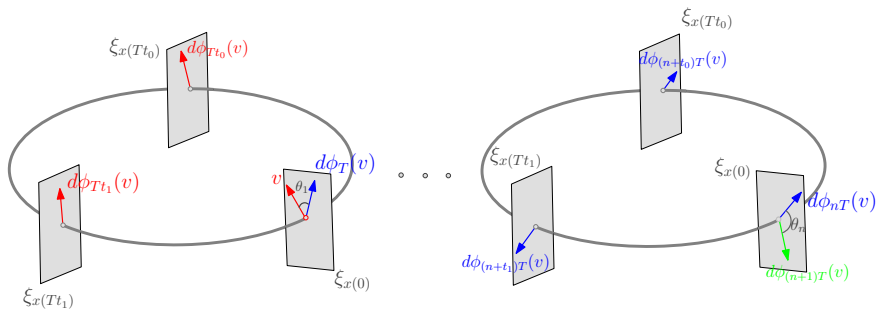
Invariantes: número de rotação

1. $\phi : \mathbb{R} \times M \rightarrow M$ o fluxo de Reeb (M é compacta);
2. Fixe uma órbita periódica $P = (x, T)$ ($T > 0$);
3. $d\phi_{Tt}|_{\xi_x(0)} : \xi_x(0) \rightarrow \xi_x(Tt)$ a linearização do fluxo.



Definimos o *número de rotação* da órbita fechada P como

$$\rho(P) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\theta_1 + \cdots + \theta_n}{2\pi n}$$



Definimos o *número de rotação* da órbita fechada P como

$$\rho(P) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\theta_1 + \cdots + \theta_n}{2\pi n}$$

Existência implicada de órbita periódica

Teorema:

Seja $(M := M^3, \alpha)$ e suponha que existe $P = (x, T)$ com

1. $\rho(P) < 1$,
2. $sl(P) = -1$,
3. + hipóteses topológicas,

\Rightarrow existe $P_0 = (x_0, T_0)$ com $\rho(P_0) = 1$ e $sl(P_0) = -1$.

Vamos usar uma *análise de bubbling-off*

Essa "*técnica*", *grosseiramente falando*,
"*vai detectar*" órbitas periódicas com número de rotação 1.

Existência implicada de órbita periódica

Teorema:

Seja $(M := M^3, \alpha)$ e suponha que existe $P = (x, T)$ com

1. $\rho(P) < 1$,
2. $sl(P) = -1$,
3. + hipóteses topológicas,

\Rightarrow existe $P_0 = (x_0, T_0)$ com $\rho(P_0) = 1$ e $sl(P_0) = -1$.

Vamos usar uma *análise de bubbling-off*

Essa “*técnica*”, grosseiramente falando,
“vai detectar” órbitas periódicas com número de rotação 1.

Existência implicada de órbita periódica

Teorema:

Seja $(M := M^3, \alpha)$ e suponha que existe $P = (x, T)$ com

1. $\rho(P) < 1$,
2. $sl(P) = -1$,
3. + hipóteses topológicas,

\Rightarrow existe $P_0 = (x_0, T_0)$ com $\rho(P_0) = 1$ e $sl(P_0) = -1$.

Vamos usar uma *análise de bubbling-off*

Essa “*técnica*”, grosseiramente falando,
“vai detectar” órbitas periódicas com número de rotação 1.

Existência implicada de órbita periódica

Teorema:

Seja $(M := M^3, \alpha)$ e suponha que existe $P = (x, T)$ com

1. $\rho(P) < 1$,
2. $sl(P) = -1$,
3. + hipóteses topológicas,

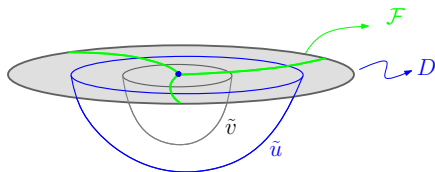
\Rightarrow existe $P_0 = (x_0, T_0)$ com $\rho(P_0) = 1$ e $sl(P_0) = -1$.

Vamos usar uma *análise de bubbling-off*

Essa “*técnica*”, grosseiramente falando,
“vai detectar” órbitas periódicas com número de rotação 1.

Análise de *bubbling-off*

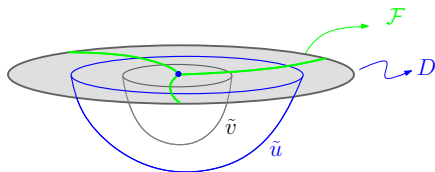
1. $D \hookrightarrow M$ um disco mergulhado “**especial**” com $\partial D = P$;
2. $\tilde{u} = (a, u) : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R} \times M$ disco pseudo-holomorfo mergulhado;
3. $a(\partial\mathbb{D}) \equiv 0$ e $u(\partial\mathbb{D}) \subset D \setminus \{e\}$;
4. $\text{wind}(u(\partial\mathbb{D}), e) = +1$.



Esses discos constituem uma *família de Bishop* para o disco D .

Análise de *bubbling-off*

1. $D \hookrightarrow M$ um disco mergulhado “**especial**” com $\partial D = P$;
2. $\tilde{u} = (a, u) : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R} \times M$ disco pseudo-holomorfo mergulhado;
3. $a(\partial\mathbb{D}) \equiv 0$ e $u(\partial\mathbb{D}) \subset D \setminus \{e\}$;
4. $\text{wind}(u(\partial\mathbb{D}), e) = +1$.



Esses discos constituem uma *família de Bishop* para o disco D .

- ▶ HIPÓTESE PROVISÓRIA: As órbitas periódicas são isoladas;
- ▶ Escolhemos uma sequência $\tilde{u}_n \in \mathcal{M}$;
- ▶ O conjunto do pontos de *bubbling-off* Γ_0 é não-vazio;
- ▶ \tilde{u}_n produz um disco furado

$$\tilde{u}_0 = (a_0, u_0) : \mathbb{D} \setminus \Gamma_0 \rightarrow \mathbb{R} \times M$$

- ▶ HIPÓTESE PROVISÓRIA: As órbitas periódicas são isoladas;
- ▶ Escolhemos uma sequência $\tilde{u}_n \in \mathcal{M}$;
- ▶ O conjunto do pontos de *bubbling-off* Γ_0 é não-vazio;
- ▶ \tilde{u}_n produz um disco furado

$$\tilde{u}_0 = (a_0, u_0) : \mathbb{D} \setminus \Gamma_0 \rightarrow \mathbb{R} \times M$$

- ▶ HIPÓTESE PROVISÓRIA: As órbitas periódicas são isoladas;
- ▶ Escolhemos uma sequência $\tilde{u}_n \in \mathcal{M}$;
- ▶ O conjunto do pontos de *bubbling-off* Γ_0 é não-vazio;
- ▶ \tilde{u}_n produz um disco furado

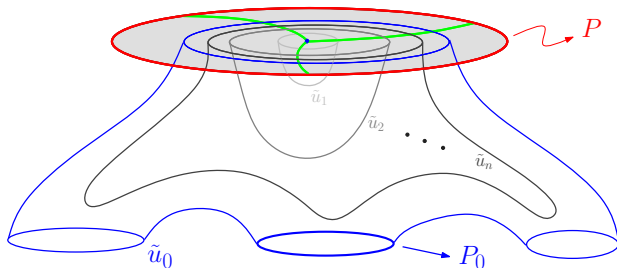
$$\tilde{u}_0 = (a_0, u_0) : \mathbb{D} \setminus \Gamma_0 \rightarrow \mathbb{R} \times M$$

- ▶ HIPÓTESE PROVISÓRIA: As órbitas periódicas são isoladas;
- ▶ Escolhemos uma sequência $\tilde{u}_n \in \mathcal{M}$;
- ▶ O conjunto do pontos de *bubbling-off* Γ_0 é não-vazio;
- ▶ \tilde{u}_n produz um disco furado

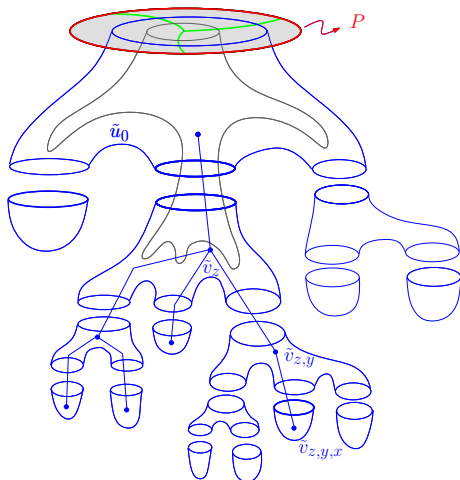
$$\tilde{u}_0 = (a_0, u_0) : \mathbb{D} \setminus \Gamma_0 \rightarrow \mathbb{R} \times M$$

- ▶ HIPÓTESE PROVISÓRIA: As órbitas periódicas são isoladas;
- ▶ Escolhemos uma sequência $\tilde{u}_n \in \mathcal{M}$;
- ▶ O conjunto do pontos de *bubbling-off* Γ_0 é não-vazio;
- ▶ \tilde{u}_n produz um disco furado

$$\tilde{u}_0 = (a_0, u_0) : \mathbb{D} \setminus \Gamma_0 \rightarrow \mathbb{R} \times M$$



Além disso,



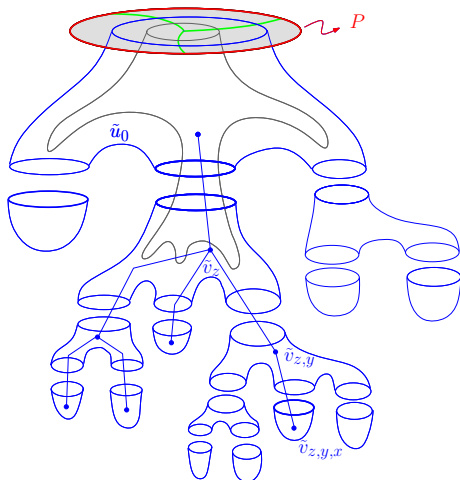
- ▶ para cada $z \in \Gamma_0$ podemos construir uma nova superfície pseudo-holomorfa, obtendo uma árvore de *bubbling-off* \mathfrak{F} ;

- ▶ a existência de \mathfrak{F} implica $\#\Gamma_0 = 1$;

- ▶ para toda $P_0 \in \mathcal{P}(\lambda)$ detectada por \mathfrak{F} , temos $\rho(P_0) = 1$.

Na verdade, a figura correta é:

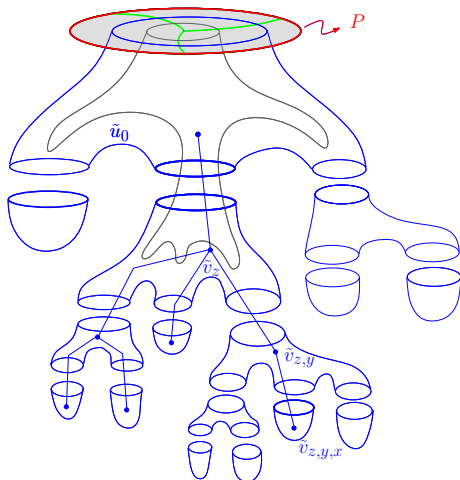
Além disso,



- ▶ para cada $z \in \Gamma_0$ podemos construir uma nova superfície pseudo-holomorfa, obtendo uma árvore de *bubbling-off* \mathfrak{F} ;
- ▶ a existência de \mathfrak{F} implica $\#\Gamma_0 = 1$;
- ▶ para toda $P_0 \in \mathcal{P}(\lambda)$ detectada por \mathfrak{F} , temos $\rho(P_0) = 1$.

Na verdade, a figura correta é:

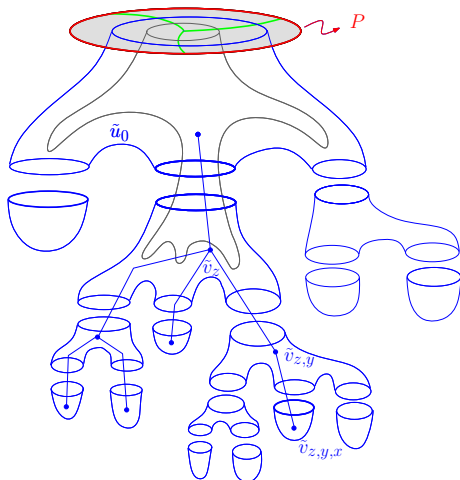
Além disso,



- ▶ para cada $z \in \Gamma_0$ podemos construir uma nova superfície pseudo-holomorfa, obtendo uma árvore de *bubbling-off* \mathfrak{F} ;
- ▶ a existência de \mathfrak{F} implica $\#\Gamma_0 = 1$;
- ▶ para toda $P_0 \in \mathcal{P}(\lambda)$ detectada por \mathfrak{F} , temos $\rho(P_0) = 1$.

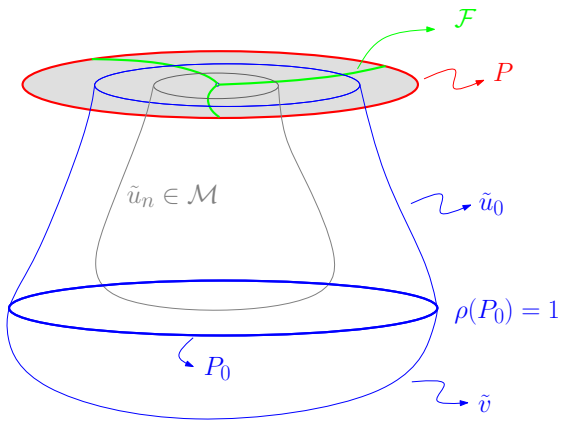
Na verdade, a figura correta é:

Além disso,



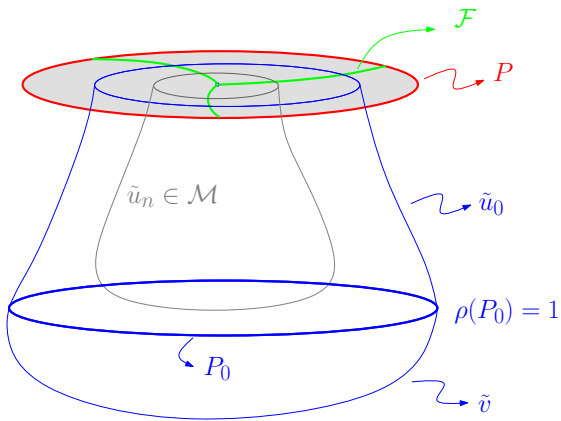
- ▶ para cada $z \in \Gamma_0$ podemos construir uma nova superfície pseudo-holomorfa, obtendo uma árvore de *bubbling-off* \mathfrak{F} ;
- ▶ a existência de \mathfrak{F} implica $\#\Gamma_0 = 1$;
- ▶ para toda $P_0 \in \mathcal{P}(\lambda)$ detectada por \mathfrak{F} , temos $\rho(P_0) = 1$.

Na verdade, a figura correta é:



Observação:

O caso degenerado segue do Teorema de Ascoli-Arzelà.



Observação:

O caso degenerado segue do Teorema de Ascoli-Arzelà.

Consequências

(1) Hryniewicz e Salomão apresentaram condições necessárias e suficientes para existência de seções globais do tipo disco para o fluxo de Reeb em \mathbb{S}^3 cujo bordo é uma órbita periódica de Reeb.

Quais as características do fluxo que não admite uma tal seção global?

(2) $\left(T^1\mathbb{S}^2, \lambda_0|_{(x,v)}(\cdot) = g(v, d\pi\cdot) \right)$,

em que g é uma métrica Riemanniana e $\pi : T^1\mathbb{S}^2 \rightarrow \mathbb{S}^2$.

\Rightarrow sob certas hipóteses, existem duas geodésicas fechadas em \mathbb{S}^2 .

Próximo seminário: Termodinâmica

Sejam v , o volume, p , a pressão, t , a temperatura, E , a energia, S , a entropia, W o trabalho realizado e H o calor recebido.

▶ $dE = dH - dW$

▶ $dW = pdv$

▶ $dH = tdS$

Eliminando dW e dH , obtemos

$$dE = tdS - pdv$$

isto é,

$(\mathbb{R}^5, \lambda = dE - tdS + pdv)$ é uma variedade de contato

Próximo seminário: Termodinâmica

Sejam v , o volume, p , a pressão, t , a temperatura, E , a energia, S , a entropia, W o trabalho realizado e H o calor recebido.

▶ $dE = dH - dW$

▶ $dW = pdv$

▶ $dH = tdS$

Eliminando dW e dH , obtemos

$$dE = tdS - pdv$$

isto é,

$(\mathbb{R}^5, \lambda = dE - tdS + pdv)$ é uma variedade de contato

Próximo seminário: Termodinâmica

Sejam v , o volume, p , a pressão, t , a temperatura, E , a energia, S , a entropia, W o trabalho realizado e H o calor recebido.

▶ $dE = dH - dW$

▶ $dW = pdv$

▶ $dH = tdS$

Eliminando dW e dH , obtemos

$$dE = tdS - pdv$$

isto é,

$(\mathbb{R}^5, \lambda = dE - tdS + pdv)$ é uma variedade de contato

Próximo seminário: Termodinâmica

Sejam v , o volume, p , a pressão, t , a temperatura, E , a energia, S , a entropia, W o trabalho realizado e H o calor recebido.

▶ $dE = dH - dW$

▶ $dW = pdv$

▶ $dH = tdS$

Eliminando dW e dH , obtemos

$$dE = tdS - pdv$$

isto é,

$(\mathbb{R}^5, \lambda = dE - tdS + pdv)$ é uma variedade de contato

Próximo seminário: Hidrodinâmica

Considere o toro sólido $S^1 \times \mathbb{D}$.

- ▶ soluções de Euler paralelas ($\neq 0$) ao rotacional
 \Rightarrow (múltiplo do) fluxo de Reeb
- ▶ resultados obtidos usando superfícies pseudo-holomorfas permitem concluir a existência de órbitas periódicas

Próximo seminário: Hidrodinâmica

Considere o toro sólido $S^1 \times \mathbb{D}$.

- ▶ soluções de Euler paralelas ($\neq 0$) ao rotacional
 \Rightarrow (múltiplo do) fluxo de Reeb
- ▶ resultados obtidos usando superfícies pseudo-holomorfas permitem concluir a existência de órbitas periódicas